DIYALA JOURNAL FOR PURE SCIENCES

مقارنة طرائق محورة لتقدير دالة المعولية لتوزيع رايلي بمعلمتين باستخدام المحاكاة

نشأت جاسم محمد
الكلية التقنية الإدارية-بغداد/ قسم تقنيات المعلوماتية

المستخلص

يهتم هذا البحث بمسالة تقدير دالة المعولية لتوزيع رايلي بمعلمتين. يتم في هذا البحث تقديم طرائق مقترحة لتقدير معلمات توزيع رايلي بمعلمتين ومن ثم دالة المعولية لذلك التوزيع وأيضا برنامج يوضح عمل تلك الطرائق، كما تم إجراء دراسة تجريبية لغرض المقارنة وإثبات كفاءة تلك الطرائق المقترحة عملياً وذلك من خلال الاعتماد على مشاهدات مولدة من توزيع رايلي بمعلمتين ولأحجام عينات وقيم معلمات مختلفة وتمت المقارنة بالاعتماد على متوسط مربعات الخطاء الخاص بكل طريقة. وقد تبين أن طريق الإمكان الأعظم المحورة الثانية هي أكفاءة طريقة ولجميع إحجام العينات وقيم المعلمات المستخدمة في الدراسة .

ABSTRACT

This paper is concerned with estimation of Reliability Function of the two parameter Rayleigh distribution. An suggested methods for estimating the two parameter of Rayleigh distribution and its Reliability Function and then a program will be presented here, also an empirical study depends on simulated observations with different parameters values and samples sizes from Rayleigh distribution was conducted, to compare between different modified methods depends on their mean square error and to show practically that the suggested methods work well in estimation of Reliability Function. It is shown that the Second Modified Maximum Likelihood Method is the best method in the case of all samples sizes and parameters values used.

المقدمة و هدف البحث:

أن توزيع رايلي والذي يعتبر حالة خاصة من توزيع ويبل يتمتع بأهمية بالغة ودور كبير في التطبيقات الصناعية و الطبية حيث يستخدم في اختبارات الحياة[1] ، الدراسات السريرية سيما للمرضى المصابين بالسرطان[2]، وفي غيرها من التطبيقات[3] .

أن دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع رايلي بمعلمتين(α,β) تأخذ الشكل التالي:

$$f(t;\alpha,\beta)=\frac{(t-\alpha)}{\beta^2}\exp[-(t-\alpha)^2/2\beta^2] \qquad \alpha<t<\infty,\beta>0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

إذ إنَّ:

α : تمثل معلمة الإزاحة(Shifting Parameter)

β : تمثل معلمة القياس(Scale Parameter)

أن توزيع رايلي بمعلمتين ممكن تطبيقه على المكائن و المعدات ذات معدل فشل متغير مع الزمن، وأيضا إذا كان وقت الفشل يبدأ من زمن معين (α) وليس من الصفر،إذ إنَّ (α) تمثل مدة العمر المضمون وتستخدم هذهِ المعلمة لوصف مدة الضمان أو المدة التي لا تحدث فيها أعطال ابتدائية.

أما دالة التوزيع التراكمية لتوزيع رايلي بمعلمتين(α,β) هي:

$$F(t;\alpha,\beta)=\Pr[T\le t]\ =\int_{\alpha}^{\infty}f(u)du=1-\exp[-(t-\alpha)^2/2\beta^2]$$

$$\alpha<t<\infty,\beta>0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

وبذلك فأن دالة المعولية لهذا التوزيع ستكون:

$$R(t)=\int_{t}^{\infty}f(u;\alpha,\beta)du=\exp[-(t-\alpha)^2/2\beta^2] \qquad \alpha<t<\infty,\beta>0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

وبذلك فان دالة المخاطرة لهذا التوزيع ستكون كالآتي:

$$h(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{(t-\alpha)}{\beta^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

ونلاحظ من المعادلة رقم(4) كيف ان معدل الفشل سيكون متغير مع الزمن[4].ولتقدير دالة المعولية كانت هنالك العديد من الطرائق منها طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى وغيرها، وتمتاز الطرائق السابقة بصفات غير جيدة إحصائيا سيما في العينات الصغيرة لذلك يتم في هذا البحث اقتراح مجموعة من الطرائق المحورة ومقارنتها تجريبياً مع الطرائق السابقة ووفقاً للمعيار الإحصائي متوسط مربعات الخطاء(MSE).

الجانب النظري

سوف نستعرض هنا الطرائق المختلفة لتقدير دالة المعولية،ولتقدير دالة المعولية لابد من تقدير معلمات توزيع رايلي بمعلمتين للبيانات الكاملة:

1- طريقة الإمكان الأعظم:Maximum Likelihood Method(M.L.E)

قام الباحث بتطبيق هذه الطريقة والتي تعتبر إحدى أهم طرائق التقدير والتي تهدف إلى جعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى،فإذا كانت لدينا عينة عشوائية $(t_1, t_2, \ldots, t_n)$تتوزع توزيع رايلي بمعلمة إزاحة α ومعلمة قياس β ، فان مقدر الإمكان الأعظم هو الذي يجعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى ويمكن الحصول عليه باشتقاق لوغاريتم دالة الإمكان ومساواتها بالصفر،فإذا كانت(t) تتوزع توزيع رايلي بمعلمتين(α, β) فان دالة الإمكان ستكون كالآتي:

$$L(t_1, t_2, \ldots, t_n; \alpha, \beta) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i; \alpha, \beta) = \beta^{-2n} \prod_{i=1}^{n} (t_i - \alpha) \exp[-\sum_{i=1}^{n} (t_i - \alpha)^2 / 2\beta^2] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين فان المعادلة السابقة تصبح كالأتي:

$$\ln(L) = -2n \ln(\beta) + \sum_{i=1}^{n} \ln(t_i - \alpha) - \frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i - \alpha)^2}{2\beta^2} \qquad ; \; t_i > \alpha, i = 1,2,\ldots,n \quad \ldots\ldots(6)$$

وباشتقاق الطرفين بالنسبة إلى β ، αومساواتهما بالصفر نحصل على المعادلتين التاليتين:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i - n\alpha^{\wedge}}{\beta^{\wedge^2}} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(t_i - \alpha^{\wedge})} = 0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha^\wedge)^2}{\beta^{\wedge 3}}-\frac{2n}{\beta^\wedge}=0 \qquad \text{......................................(8)}$$

وبما أن (α) هي الحد الأدنى للمتغير العشوائي (t)، لذلك فان($\ln L$) يمكن تعظيمها تحت شرط القيد الأتي:

$$\alpha \le \underset{i}{Min}(t_i) \qquad \text{......................................(9)}$$

ومن ملاحظة المتباينة رقم (9) نستطيع الحصول على قيمة (α) التي تجعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى وهي:

$$\alpha^\wedge{}_{M.L.E}=\underset{i}{Min}(t_i)=t_{(1)} \qquad \text{......................................(10)}$$

وبتعويض قيمة ($\alpha^\wedge$) في المعادلة رقم (8) وحلها بالنسبة إلى (β)فإننا نحصل على:

$$\beta^\wedge{}_{M.L.E}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha^\wedge{}_{M.L.E})^2}{2n}} \qquad \text{......................................(11)}$$

ومن ثم فان مقدر دالة المعولية سيكون كالأتي:

$$R^\wedge{}_{M.L.E}(t)=\exp[-(t-\alpha^\wedge{}_{M.L.E})^2/2\beta^\wedge{}_{M.L.E}] \qquad \text{......................................(12)}$$

2- طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى: The First Modified Maximum Likelihood Method (M.M.L.E-I)

تم التوصل في هذهِ الطريقة المقترحة إلى مقدرات الإمكان الأعظم المحورة الأولى والتي تمتلك صفات أفضل من صفات مقدرات الإمكان الأعظم السابقة وذلك من خلال ملاحظة إن دالة التوزيع التراكمية للمتغير العشوائي $t_{(1)}$ هي:

$$F_{t_{(1)}}(t)=pr[t_{(1)}<t]=1-pr[t_{(1)}>t]$$

$$=1-pr[t_{(1)}>t,t_{(2)}>t,\dots,t_{(n)}>t]=1-[pr(T>t)]^n=1-[R(t)]^n \qquad \text{........(13)}$$

لذلك فان دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي $t_{(1)}$ هي:

$$f_{t_{(1)}}(t)=\frac{dF_{t_{(1)}}(t)}{dt}=\frac{n(t-\alpha)}{\beta^2}\exp[-n(t-\alpha)^2/2\beta^2] \qquad ;\alpha<t<\infty,\beta>0,\ n\ge 1 \qquad \text{......(14)}$$

وباستخدام المعادلة رقم(14) فان التوقع الرياضي للمتغير العشوائي $t_{(1)}$ هو:

$$E[t_{(1)}] = \int_{\alpha}^{\infty} \frac{tn(t-\alpha)}{\beta^2} \exp[-n(t-\alpha)^2 / 2\beta^2]dt = \alpha + \beta\sqrt{\frac{\pi}{2n}} \quad \text{......................(15)}$$

إذ أن:

$t_{(1)}$: تمثل الاحصاءة المرتبة الأولى من قيم t.

فإذا كانت ($\beta^\wedge$ ، $\alpha^\wedge$) مقدران غير متحيزان إلى (β ، α) على التوالي فان المعادلة التالية تتحقق:

$$\alpha^\wedge = t_{(1)} - \beta^\wedge\sqrt{\frac{\pi}{2n}} \quad \text{......................(16)}$$

فإذا فرضنا إن $\beta^\wedge = S$ هو مقدر أولي للمعلمة β ، إذ أن S يمثل الانحراف المعياري لقيم t ، فإننا نحصل على:

$$\alpha^\wedge{}_{M.M.L.E-I} = t_{(1)} - S\sqrt{\frac{\pi}{2n}} \quad \text{.........................(17)}$$

وباستخدام المعادلة رقم (7) وحلها بالنسبة إلى $\beta^\wedge$ فإننا نحصل على:

$$\beta^\wedge{}_{M.M.L.E-I} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i - \alpha^\wedge{}_{M.M.L.E-I})}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(t_i - \alpha^\wedge{}_{M.M.L.E-I})}}} \quad \text{.....................................(18)}$$

وبذلك فان مقدر دالة المعولية سيكون كالأتي:

$$R^\wedge{}_{M.M.L.E-I}(t) = \exp[-(t - \alpha^\wedge{}_{M.M.L.E-I})^2 / 2\beta^\wedge{}_{M.M.L.E-I}] \quad \text{..........................(19)}$$

3- طريقة الإمكان الأعظم المحورة الثانية: The Second Modified Maximum Likelihood Method

(M.M.L.E-II)

تم التوصل إلى مقدرات هذهِ الطريقة المقترحة من خلال استخدام المعادلة رقم (15)، فإذا فرضنا $\beta^\wedge = S$ هو مقدر أولي للمعلمة β، إذ أن S يمثل الانحراف المعياري لقيم t ، فأننا نحصل على:

$$\alpha^\wedge{}_{M.M.L.E-II} = t_{(1)} - S\sqrt{\frac{\pi}{2n}} \quad \text{.........................(20)}$$

وباستخدام المعادلة رقم (8) وحلها بالنسبة إلى $\beta^{\wedge}$ فإننا نحصل على:

$$\beta^{\wedge}_{M.M.L.E-II} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i - \alpha^{\wedge}_{M.M.L.E-II})^2}{2n}} \qquad \ldots\ldots(21)$$

وبذلك فان مقدر دالة المعولية سيكون كالأتي:

$$R^{\wedge}_{M.M.L.E-II}(t) = \exp[-(t-\alpha^{\wedge}_{M.M.L.E-II})^2 / 2\beta^{\wedge}_{M.M.L.E-II}] \qquad \ldots\ldots(22)$$

[4] Method of Moments (M.E):طريقة العزوم -4

تتميز طريقة العزوم بسهولتها فهي تعتمد على فرضية مساواة عزوم المجتمع μ_n مع عزوم العينة m_n وحل المعادلات لإيجاد تقديرات للمعلمات ، وحيث إن العزم الأول والثاني لتوزيع رايلي هو:

$$\mu_1 = E(t) = \beta\sqrt{\frac{\pi}{2}} + \alpha \qquad \ldots\ldots(23)$$

$\mu_2 = E(t^2) = 2\beta^2 + \sqrt{2\pi}\alpha\beta + \alpha^2$ ، أي إن التباين سيكون: $\ldots\ldots(24)$

$$V(t) = E(t^2) - [E(t)]^2 = \beta^2(2-\frac{\pi}{2}) \qquad \ldots\ldots(25)$$

ومن خلال مساواة عزم العينة الأول والثاني مع عزم المجتمع الأول والثاني على التوالي ، نحصل على:

$$\bar{t} = \alpha^{\wedge} + \beta^{\wedge}\sqrt{\frac{\pi}{2}} \qquad \ldots\ldots(26)$$

$S^2 = \beta^{\wedge^2}(2-\frac{\pi}{2})$ ، من المعادلة (27) فان المقدر للمعلمة β سيكون كالأتي: $\ldots\ldots(27)$

$$\beta^{\wedge}_{M.E} = \frac{S}{\sqrt{(2-\frac{\pi}{2})}} \qquad \ldots\ldots(28)$$

وبتعويض $\beta^{\wedge}_{M.E}$ في معادلة رقم (26) نحصل على مقدر للمعلمة α كالأتي:

$$\alpha^{\wedge}_{M.E} = \bar{t} - \beta^{\wedge}_{M.E}\sqrt{\frac{\pi}{2}} \qquad \ldots\ldots(29)$$

وبذلك فان مقدر دالة المعولية سيكون كالأتي:

$$R^{\wedge}_{M.E}(t)=\exp[-(t-\alpha^{\wedge}_{M.E})^{2}/2\beta^{\wedge}_{M.E}] \qquad \text{.........................(30)}$$

5- طريقة العزوم المحورة الأولى: The First Modified Method of Moment(M.E-I)

تم التوصل إلى مقدرات طريقة العزوم المحورة الأولى المقترحة من خلال استخدام المعادلة (16) ،وبالاستناد على المعادلة رقم (27) ،فان مقدر المعلمة β سيكون:

$$\beta^{\wedge}_{M.E-I}=\frac{S}{\sqrt{2-\frac{\pi}{2}}} \qquad \text{............................(31)}$$

، والمعلمة α سيكون:

$$\alpha^{\wedge}_{M.E-I}=t_{(1)}-\beta^{\wedge}_{M.E-I}\sqrt{\frac{\pi}{2n}} \qquad \text{.........................(32)}$$

وبذلك فان مقدر دالة المعولية سيكون كالأتي:

$$R^{\wedge}_{M.E-I}(t)=\exp[-(t-\alpha^{\wedge}_{M.E-I})^{2}/2\beta^{\wedge}_{M.E-I}] \qquad \text{.........................(33)}$$

6- طريقة العزوم المحورة الثانية: The Second Modified Method of Moment(M.E-II)

تم التوصل إلى مقدرات طريقة العزوم المحورة الثانية المقترحة من خلال دالة التوزيع التراكمية التالية:

$$F(t)=1-\exp[-(t-\alpha)^{2}/2\beta^{2}] \qquad \text{........................(34)}$$

لذلك فان :

$$F(t_{(1)})=1-\exp[-(t_{(1)}-\alpha)^{2}/2\beta^{2}] \qquad \text{..........................(35)}$$

ومن خلال تقدير $F(t_{(1)})$ باستخدام طريقة لامعلمية غير متحيزة وكالاتي:

$$F^{\wedge}(t_{(1)})=\frac{1}{n+1} \qquad \text{............(36)}$$

، وهو مقدر غير متحيز إلى $F(t_{(1)})$ وبذلك فان معادلة رقم (35) ستكون:

$$\frac{1}{n+1}=1-\exp[-(t_{(1)}-\alpha)^{2}/2\beta^{2}] \qquad \text{..................(37)}$$

وبتبسيط المعادلة السابقة وحلها بالنسبة إلى $t_{(1)}$ ، ستكون:

$$t_{(1)} = \alpha\hat{} + \beta\hat{}\sqrt{-2\log(\frac{n}{n+1})} \qquad ....(38)$$

ومن خلال حل المعادلة رقم (26) و (38) فان مقدر المعلمتين β و α سيكون على التوالي:

$$\beta\hat{}_{M.E-II} = \frac{(\bar{t} - t_{(1)})}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} - \sqrt{-2\log(\frac{n}{n+1})}} \qquad ....(39)$$

$$\alpha\hat{}_{M.E-II} = t_{(1)} - \beta\hat{}_{M.E-II}\sqrt{-2\log(\frac{n}{n+1})} \qquad ....(40)$$

وبذلك فان مقدر دالة المعولية سيكون كالأتي:

$$R\hat{}_{M.E-II}(t) = \exp[-(t - \alpha\hat{}_{M.E-II})^2 / 2\beta\hat{}_{M.E-II}] \qquad ....(41)$$

7- طريقة الوسيط: Median-First Order Statistics Method(M.O.S)

قام الباحث(Afify) في عام 2002 و 2003 باستخدام طريقة الوسيط لتقدير معلمات التوزيع الآسي بمعلمتين[5] ,[4]، يتم في هذا البحث استخدام نفس الطريقة لتقدير معلمات توزيع رايلي بمعلمتين.ومن المعروف إن الوسيط هو القيمة التي تفصل البيانات إلى جزئيين متساويين، لذلك فان

$$F(t_{med}) = \frac{1}{2} \qquad ....(42)$$

$$1 - \exp(-(t_{med} - \alpha)^2 / 2\beta^2) = \frac{1}{2} \qquad ....(43)$$

$$\exp(-(t_{med} - \alpha)^2 / 2\beta^2) = \frac{1}{2} \qquad ....(44)$$

، وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين فان:

$$t_{med} = \alpha + \beta\sqrt{2\log(2)} \qquad ....(45)$$

ومن خلال حل المعادلة رقم (16) و(45) فان مقدر المعلمتين β و α سيكون على التوالي:

$$\beta^{\wedge}{}_{M.O.S} = \frac{(t_{med} - t_{(1)})}{[\sqrt{2\log(2)} - \sqrt{\frac{\pi}{2n}}]} \qquad \text{.........................(46)}$$

$$\alpha^{\wedge}{}_{M.O.S} = t_{med} - \beta^{\wedge}{}_{M.O.S}\sqrt{2\log(2)} \qquad \text{.........................(47)}$$

وبذلك فان مقدر دالة المعولية سيكون كالأتي:

$$R^{\wedge}{}_{M.O.S}(t) = \exp[-(t - \alpha^{\wedge}{}_{M.O.S})^2 / 2\beta^{\wedge}{}_{M.O.S}] \qquad \text{...........................(48)}$$

8- الطريقة التجزيئيةَ :Quantile Method(Q.E)

قام الباحث (Schimed) في عام (1997) باستخدام الطريقة التجزيئية لتقدير معلمات التوزيع الآسي بمعلمتين[5]، يتم في هذا البحث استخدام نفس الطريقة لتقدير معلمات توزيع رايلي بمعلمتين. لنفرض إن لدينا المتغيرات $t_1, t_2, ..., t_n$ التي تمثل إحصاءات مرتبة مسحوبة من عينة عشوائية تتبع توزيع رايلي بمعلمتين والذي دالة الكثافة الاحتمالية لهُ موضحة في معادلة (1) ، كما أن دالة التوزيع التجميعية بدلالة دالة المعولية ستكون كالأتي:

$$F(t;\alpha,\beta) = 1 - \exp(-(t-\alpha)^2 / 2\beta^2) \qquad \text{...........(49)}$$

والتي يمكن كتابتها بالصيغة التالية:

$$P_i = 1 - \exp(-(t_i - \alpha)^2 / 2\beta^2) \qquad \text{..................(50)}$$

حيث أن:

$$\exp(-(t_i - \alpha)^2 / 2\beta^2) = 1 - P_i \qquad \text{..................(51)}$$

وبالتالي فان:

$$t_i = \alpha + \beta\sqrt{-2\log(1-P_i)} \qquad \text{....................(52)}$$

وبما أن لدينا معلمتين ، إذن سيكون لدينا معادلتين:

$$t_i = \alpha + \beta\sqrt{-2\log(1-P_i)} \qquad \text{.....................(53)}$$

$$t_j = \alpha + \beta\sqrt{-2\log(1-P_j)} \qquad \text{.....................(54)}$$

وبحل المعادلة (53) و (54) ، عندما $i < j$ وذلك لتقدير كل من β, α فان:

$$(t_i - t_j) = \beta[\sqrt{-2\log(1-P_i)} - \sqrt{-2\log(1-p_j)}] \qquad \text{.....................(55)}$$

وهذا يؤدي إلى

$$\Rightarrow \quad \beta^{\wedge}{}_{i,j} = \frac{(t_i - t_j)}{[\sqrt{-2\log(1-P_i)} - \sqrt{-2\log(1-P_j)}]} \qquad \text{.....................(56)}$$

$$\hat{\alpha}_{i,j} = t_i - \hat{\beta}_{i,j}\sqrt{-2\log(1-P_i)} \qquad \text{.....................(57)}$$

فإذا كان لدينا r من المعلمات المطلوب تقديرها فان C_r^n سوف تمثل عدد التقديرات المختلفة $(i, j = 1,2,...,n)$ ، وعلية فان المقدرات التجزيئية ستكون كالأتي:

$$\hat{\beta}_{Q.E} = median(\hat{\beta}_{i,j}) \qquad \text{..................(58)}$$

$$\hat{\alpha}_{Q.E} = median(\hat{\alpha}_{i,j}) \qquad \text{...................(59)}$$

إذ أن:

$median(\cdot)$: يمثل الوسيط لمقدرات المعلمات المختلفة ولكل $(i \neq j)$.

وبذلك فان دالة مقدر المعولية سيكون كالأتي:

$$\hat{R}_{Q.E}(t) = \exp[-(t-\hat{\alpha}_{Q.E})^2 / 2\hat{\beta}_{Q.E}] \qquad \text{..........................(60)}$$

الجانب التجريبي:

تم إجراء دراسة باستخدام المحاكاة لغرض المقارنة بين الطرائق المختلفة تجريبياً ، حيث تمت الدراسة بالاعتماد على أحجام عينات صغيرة(10) ، متوسطة(20,30) وكبيرة (50,100) . وقيم مختلفة أيضا لمعلمات التوزيع الحقيقية وهي موضحة في الجدول التالي:

جدول رقم (1) يوضح القيم المختلفة للمعلمات المستخدمة في الدراسة

الحالات	I	II	III	IV	V	VI
α	0.5	1	1	1.5	2	2
β	1	0.5	1	2	1.5	2

ولغرض الوصول للمقدر الأفضل فقد تم الاعتماد على المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطاء(MSE) كأساس للمقارنة والذي يأخذ الصيغة التالية:

$$MSE(R^{\wedge}(t)) = \frac{\sum_{i=1}^{N}(R^{\wedge}(t_i) - R(t_i))^2}{N} \qquad \text{..............................}(61)$$

ولحجم مكرر(L=1000) وبالاعتماد على البرنامج المرفق في الملحق رقم (1) والذي تم كتابته باستخدام تطبيق MATLAB-R2007a الحديث ، فان جدول رقم (2) يبين نتائج هذه الدراسة.

الاستنتاجات:

من جدول رقم (2) يتبين مايلي:

1- أظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة العزوم المحورة الثانية (M.E-II) هي أفضل طريقة لأنها حققت اقل MSE لجميع الحالات وإحجام العينات المستخدمة في الدراسة .

2- أظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة العزوم (M.E) ثاني أكفاءة طريقة في حالة العينات الصغيرة والمتوسطة (30,20,10) ولجميع الحالات ، بينما كانت طريقة الإمكان الأعظم المحورة الثانية (M.M.L.E-II) ثاني أكفاءة طريقة في حالة العينات الكبيرة ((100, 50) ولجميع الحالات المستخدمة في الدراسة .

3- نلاحظ بان طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى والثانية أكفاءة من طريقة الإمكان الأعظم ولجميع إحجام العينات و الحالات المستخدمة في الدراسة .

4- في حالة إحجام العينات الكبيرة ولجميع الحالات المستخدمة كانت الطريقة التجزيئية (Q.E) رابع أكفاءة طريقة بينما كانت طريقة الإمكان الأعظم المحورة الأولى (M.M.L.E-I) خامس أكفاءة طريقة وتأتي بعد ذلك طريقة الإمكان الأعظم ثم طريقة الوسيط(M.O.S) وأخيرا طريقة العزوم المحورة الأولى(M.E-I) .

التوصيات:

1- يوصي الباحث باعتماد طريقة العزوم المحورة الثانية (M.E-II) في الدراسات التي تتطلب تقدير دالة المعولية لتوزيع رايلي بمعلمتين .

2- يوصي الباحث بإجراء الدراسة السابقة في حالة البيانات المفقودة ، حالة البيانات تحت المراقبة وفي حالة توفر معلومات حول دالة المعولية وبشكل مفصل .

جدول رقم (1) يبين متوسط مربعات الخطأ لجميع الطرائق وحجوم العينات المستخدمة في تجربة المحاكاة

Methods / Models		M.L.E	M.M.L.E-I	M.M.L.E-II	M.E	M.E-I	M.E-II	M.O.S	Q.E
	N	MSE							
I	10	0.018455	0.01133	0.011227	0.01046	0.014527	0.010131	0.015186	0.013501
	20	0.008723	0.005459	0.005272	0.005116	0.007931	0.004856	0.008293	0.005797
	30	0.005695	0.003894	0.003616	0.003511	0.006329	0.003384	0.00531	0.004013
	50	0.00328	0.002661	0.002029	0.002084	0.003718	0.001941	0.003404	0.002443
	100	0.001575	0.001468	0.000994	0.001044	0.001897	0.000971	0.001746	0.001202
II	10	0.018056	0.011182	0.011143	0.01039	0.01546	0.010113	0.014897	0.013137
	20	0.008734	0.00598	0.005449	0.00551	0.00824	0.005196	0.008583	0.006428
	30	0.005586	0.00394	0.003454	0.003458	0.0057	0.003256	0.005266	0.003991
	50	0.003225	0.002569	0.002008	0.002109	0.003528	0.001953	0.003395	0.002456
	100	0.001556	0.00157	0.000993	0.001092	0.001981	0.001003	0.001852	0.001279
III	10	0.018677	0.011936	0.011693	0.011215	0.014944	0.010743	0.015942	0.013493
	20	0.009129	0.005783	0.005547	0.005341	0.008746	0.005062	0.008212	0.006139
	30	0.005588	0.003979	0.003472	0.003449	0.005882	0.003274	0.0055	0.004106
	50	0.003186	0.002585	0.002034	0.002152	0.003758	0.001988	0.003392	0.002433
	100	0.001524	0.001501	0.000973	0.001063	0.001974	0.00097	0.001738	0.00121
IV	10	0.018672	0.011515	0.011373	0.010634	0.015019	0.010276	0.014616	0.013382
	20	0.00863	0.005662	0.005285	0.005269	0.0083	0.004951	0.007779	0.005884
	30	0.005494	0.003889	0.003346	0.003419	0.005855	0.003164	0.005503	0.004028
	50	0.003202	0.002396	0.00195	0.001997	0.003706	0.001849	0.00327	0.002315
	100	0.001532	0.001407	0.000967	0.001022	0.001971	0.000937	0.001718	0.001153
V	10	0.018256	0.011918	0.011636	0.011258	0.014907	0.010985	0.016271	0.014497
	20	0.008366	0.005642	0.005261	0.005086	0.008215	0.004933	0.008059	0.005899
	30	0.006023	0.004076	0.003741	0.003638	0.006156	0.003433	0.005548	0.00414
	50	0.00331	0.002397	0.002115	0.002076	0.004019	0.001966	0.003305	0.002281
	100	0.001586	0.001364	0.000985	0.001017	0.002041	0.000922	0.001596	0.00111
VI	10	0.017973	0.011295	0.011114	0.010776	0.01484	0.010137	0.014917	0.013155
	20	0.009016	0.005914	0.005634	0.005404	0.008752	0.005196	0.008004	0.006097
	30	0.005624	0.003886	0.003514	0.003438	0.005827	0.003272	0.005354	0.003951
	50	0.003221	0.002401	0.002002	0.002026	0.003865	0.001877	0.003244	0.002278
	100	0.001536	0.001504	0.000974	0.00102	0.001961	0.00095	0.001683	0.001177

المصادر

[1] Palovko, A.M. Fundamental of Reliability Theory. Academic Press, New York, 1968.

[2] Lee, E.T. Statistical Methods for Survival Data Analysis .Lifetime, learning publications .Inc. Belmount , 1980.

[3] Gross, A.J.and Clark, V.A. Survival Distribution and Reliability Applications in Biomedical Sciences. Wiley, NewYork, 1975.

[4] Afify, E.E "Comparison of Estimators for the Rayleigh Distribution" Interstat J.,June 2003.

[5] Afify, E.E "Linear and Nonlinear Regression of Exponential Distribution" Interstat J.,Nov 2003.

ملحق رقم (1)

```
%%Programe of Realiblity Estimation of Rayleigh Distribution%%%%
rand('state',sum(100*clock));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
N=10;%sample size
elpha=2;%Value of elpha
beta=2;%Value of beta
lower1=elpha+0.75;%smallest value of external t to compute R(t)
h1=0.15;%step value
R=1000;%run size
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for q=1:R;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
elpha(q)=2;
beta(q)=2;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i1=1:N;
t(i1,q)=elpha(q)+beta(q)*((-2*log(1-rand))^(0.5));
tx(i1,q)=(-2*log(1-(i1/(N+1))))^(0.5);
txx( i1,q)=(i1/(N+1));
txxx( i1,q)=(1-(i1/(N+1)));
end
to( :,q )=sort(t( :,q));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
elphahat_mle(q)=min(to(:,q));
betahat_mle(q)=sqrt(sum((to(:,q)-elphahat_mle(:,q)).^2)/(2*N));
elphahat_mmle1(:,q)=min(to(:,q))-(std(to(:,q))*sqrt(pi/(2*N)));
betahat_mmle1( :,q)=sqrt((sum(to(:,q)-
elphahat_mmle1(:,q)))/(sum(1./(to(:,q)-elphahat_mmle1(:,q)))));
elphahat_mmle2(:,q)=min(to(:,q))-(std(to(:,q))*sqrt(pi/(2*N)));
betahat_mmle2( :,q)=sqrt(sum((to(:,q)-elphahat_mmle2(:,q)).^2)/(2*N));
betahat_me( :,q)=std(to(:,q))/sqrt(2-(pi/2));
elphahat_me(:,q)=mean(to(:,q))-( betahat_me(:,q)*sqrt(pi/(2)) );
betahat_me1( :,q)=std(to(:,q))/sqrt(2-(pi/2));
elphahat_me1(:,q)=min(to(:,q))-(betahat_me1(:,q)*sqrt(pi/(2*N)));
betahat_me2( :,q)=(mean(to(:,q))-min(to(:,q)))/(sqrt(pi/2)-sqrt(-
2*log(N/(N+1))));
elphahat_me2(:,q)=min(to(:,q))-( betahat_me2(:,q)*sqrt(-2*log(N/(N+1))));
betahat_med( :,q)=(median(to(:,q))-min(to(:,q)))/(sqrt(2*log(2))-
sqrt(pi/(2*N)));
elphahat_med(:,q)=median(to(:,q))-betahat_med(:,q)*sqrt(2*log(2));
for j1=2:N;
betahat_qe(j1,q)=(to(1,q)-to(j1,q))/(sqrt(-2*log(1-(txx(1,q))))-sqrt(-
2*log(1-(txx(j1,q)))));
```

```
elphahat_qe(j1,q)=to(1,q)-(betahat_qe(j1,q)*sqrt(-2*log(1-(txx(1,q)))));
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
betahat_QE(q)=median(betahat_qe( :,q));
elphahat_QE(q)=median(elphahat_qe( :,q));
for i2=1:N;
R_real(i2,q)=exp(-((to(i2,q)-elpha(q))^2)/(2*(beta(q))^2));
Rhat_mle(i2,q)=exp(-((to(i2,q)-elphahat_mle(q))^2)/(2*(betahat_mle(q))^2));
Rhat_mmle1(i2,q)=exp(-((to(i2,q)-
elphahat_mmle1(q))^2)/(2*(betahat_mmle1(q))^2));
Rhat_mmle2(i2,q)=exp(-((to(i2,q)-
elphahat_mmle2(q))^2)/(2*(betahat_mmle2(q))^2));
Rhat_me(i2,q)=exp(-((to(i2,q)-elphahat_me(q))^2)/(2*(betahat_me(q))^2));
Rhat_me1(i2,q)=exp(-((to(i2,q)-elphahat_me1(q))^2)/(2*(betahat_me1(q))^2));
Rhat_me2(i2,q)=exp(-((to(i2,q)-elphahat_me2(q))^2)/(2*(betahat_me2(q))^2));
Rhat_med(i2,q)=exp(-((to(i2,q)-elphahat_med(q))^2)/(2*(betahat_med(q))^2));
Rhat_QE(i2,q)=exp(-((to(i2,q)-elphahat_QE(q))^2)/(2*(betahat_QE(q))^2));
end
mse_mle(q)=(sum(((R_real( :,q)-Rhat_mle( :,q)).^2)))/(N);
mse_mmle1(q)=(sum(((R_real( :,q)-Rhat_mmle1( :,q)).^2)))/(N);
mse_mmle2(q)=(sum(((R_real( :,q)-Rhat_mmle2( :,q)).^2)))/(N);
mse_me(q)=(sum(((R_real( :,q)-Rhat_me( :,q)).^2)))/(N);
mse_me1(q)=(sum(((R_real( :,q)-Rhat_me1( :,q)).^2)))/(N);
mse_me2(q)=(sum(((R_real( :,q)-Rhat_me2( :,q)).^2)))/(N);
mse_med(q)=(sum(((R_real( :,q)-Rhat_med( :,q)).^2)))/(N);
mse_QE(q)=(sum(((R_real( :,q)-Rhat_QE( :,q)).^2)))/(N);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
ti(1)=lower1;
for i4=1:9;
ti(i4+1)=lower1+(i4)*h1;
end
MSE_of_Methods=[mean(mse_mle) mean(mse_mmle1) mean(mse_mmle2)  mean(mse_me)
mean(mse_me1) mean(mse_me2) mean(mse_med) mean(mse_QE)]'
```